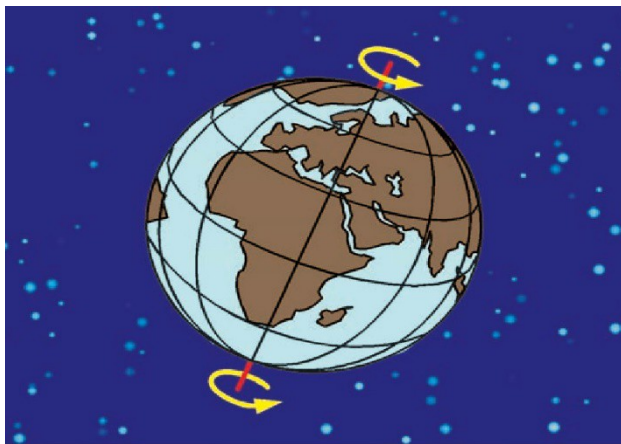


# Periódikus mozgás, körmozgás, rezgőmozgás, lengőmozgás

Az olyan mozgást, amelyben a test ugyanazt a mozgásszakaszt folyamatosan ismételi, **periódikus mozgás**nak nevezzük.

Pl. ingaóra ingája, rugó rezgőmozgása, Föld forgása, körhinta, óra mutatója, stb...



Jellemző mennyiségek:

**Periódusidő:**

1 periódus (pl. 1 kör) megtételéhez szükséges idő

Jele: **T**      SI mértékegysége: s (sec)

## Frekvencia:

1 másodperc alatt megtett periódusok száma

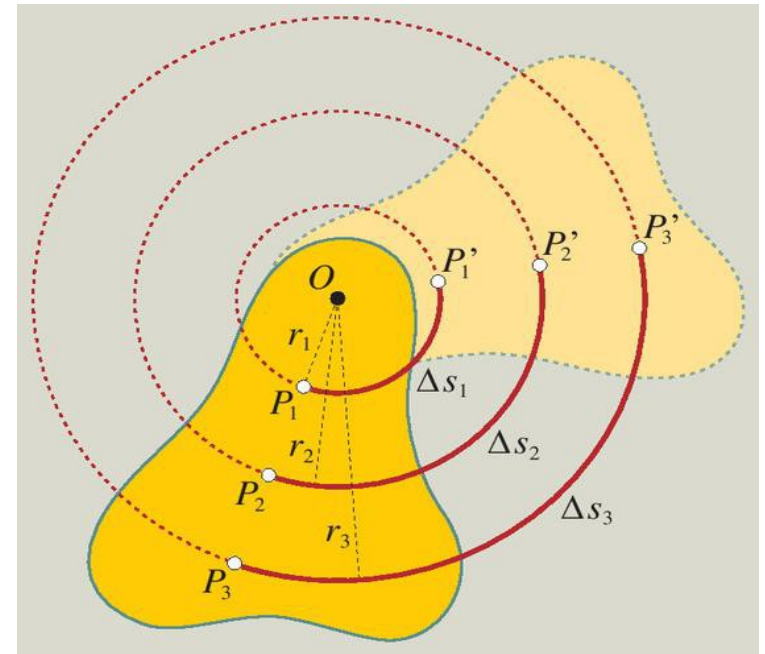
Jele: **f** SI mértékegysége: 1/s (1/sec) neve: Hz (Hertz)

Összefüggés a periódusidő és frekvencia között:

$$f = \frac{1}{T}$$

## Forgómozgás

Rögzített tengelyen forgó tárgy minden pontja körpályán mozog (körmozgást végez). A forgó mozgás kiterjedt, „**merev test**” mozgását írja le. A pontok sebessége annál nagyobb, minél távolabb vannak a forgástengelytől. Ugyanannyi idő alatt több utat, nagyobb sugarú körpályát tesznek meg. Periódusidejük viszont azonos.



A frekvencia neve forgómozgásnál: **fordulatszám:**

1 másodperc alatt megtett fordulatok száma

**Körmozgás:** A körpályán mozgó tárgy mérete kicsi (pontszerűnek tekinthető) a kör méretéhez képest. A körmozgás „**pontszerű tárgy, test**” mozgását írja le.

**Egyenletes körmozgás:** a sebesség nagysága állandó

**A körmozgásra jellemző adatok és összefüggések:**

**Periódusidő:** Az az időtartam, amennyi idő alatt a tárgy, test 1 teljes kört megtesz. Jele: **T**, mértékegysége: s (secundum)

**Frekvencia:** 1 s alatt megtett körök száma. Jele: **f** mért.e.: 1/s (Hz)

**Kerületi sebesség:** A tárgy sebessége (a körpálya kerületén), amely a kör érintőjének irányába mutat (vektor), és iránya folyamatosan változik. Jele: **v** mértékegysége: m/s

**Szögsebesség:** 1 s alatti elfordulás szöge radiánban.

Jele:  **$\omega$**  (omega, görög betű) mértékegysége: 1/s

**Centripetális gyorsulás:** a sebesség iránya változik, ezért van gyorsulása a körmozgásnak, ami a kör középpontja felé mutat.

Jele:  **$a_{cp}$** , mértékegysége: m/s<sup>2</sup>

**Összefüggések:**

$$f = \frac{1}{T} \quad v = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{T} \quad \omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} \quad \omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$
$$v = r \cdot \omega \quad a_{cp} = v^2 / r$$

## Példák körmozgásra, forgómozgásra:

Körhinta, óriáskerék, óra, járművek (autó, kerékpár, vonat) kereke, forgó labda, CD, bakelitlemez, ventilátor, fazekaskorong, rulettgolyó, forgó motorokat tartalmazó gépek (turmixgép, fúró, csiszolókorong, körfűrész, fűnyíró,...) hagymacsúszda, parittya, kerekeskút, diszkótükör-gömb, betonkeverő, helikopter propellerje, hajócsavar, mosógép forgó dobja, malomkerék, fogaskerék, kerékpárváltó, ....



*Változó (nem egyenletes, hanem gyorsuló, lassuló) körmozgás*  
*Ha a körmozgás kerületi sebességének nagysága nem állandó, akkor a körmozgásnak érintőirányú „kerületi gyorsulása” is van (sebességváltozás / idő). Mivel ekkor a szögsebesség is változik, „szöggyorsulása” is van (szögsebesség-változás / idő).*

## Centripetális erő – a körmozgáshoz szükséges erő

Ahhoz, hogy egy test, tárgy körpályán mozogjon olyan erőnek kell rá hatnia, körpályán tartania, amelyik a kör középpontjába mutat (pl. parittyát a kötélt tartja, kanyarodó autót a súrlódás tartja, Nap körül keringő bolygót a gravitáció tartja körpályán). Ha nem lenne a kör közepe felé mutató erő, akkor a tárgy nem maradna körpályán, kirepülne. (pl. parittyát, kalapácsvetés) Ez az erő a körmozgás centripetális gyorsulásával egyenesen arányos.

Elnevezése: **centripetális erő** jele:  $F_{cp}$

$$F_{cp} = m \cdot a_{cp} = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

Newton II. törvénye értelmében:

( $v$  a körpályán mozgó tárgy sebessége,  $r$  a kör sugara)

Ha egy **bolygó körül kering egy műhold vagy űrhajó vagy hold**, akkor a körpályához szükséges centripetális erőt a gravitációs erő biztosítja. Ez a bolygó felszínén, vagy a felszínéhez közel:  $F_g = m \cdot g$  ( $g$  a bolygón a gravitációs gyorsulás, a Földön  $9,81 \text{ m/s}^2$ , kerekítve  $10 \text{ m/s}^2$ ) Tehát ez esetben:  $F_g = F_{cp}$  és  $g = a_{cp}$

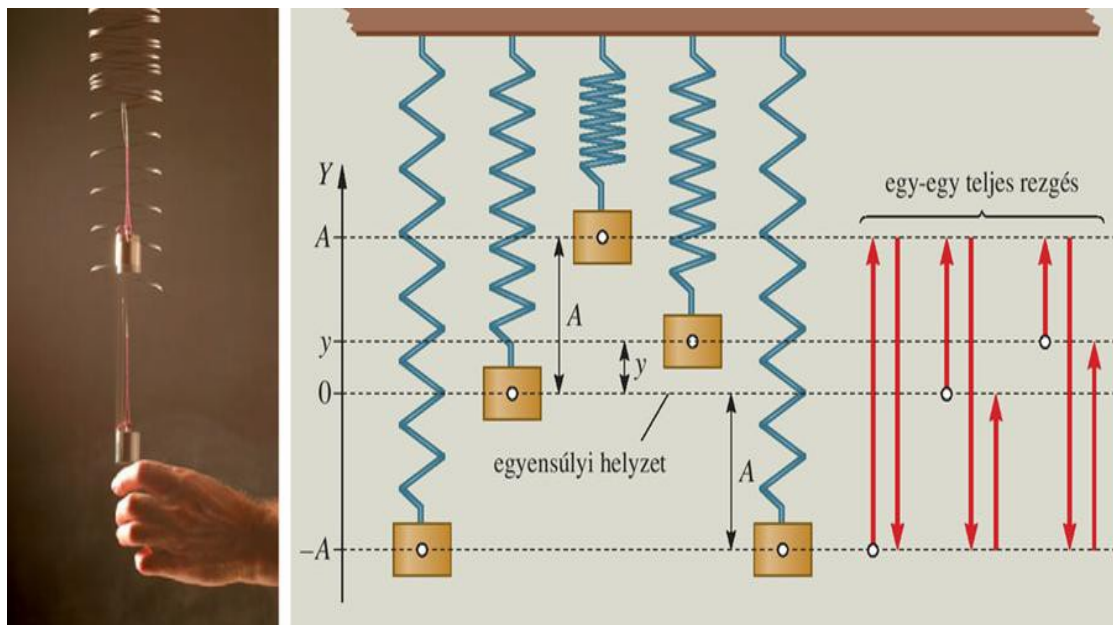
(Más bolygókon más a gravitációs gyorsulás, a gravitációs erő, és így a bolygó körül körpályán mozgó műhold sebessége is más.)

Egy **kanyarodó autónál** a kör (kanyar) pályán maradáshoz szükséges erőt a súrlódási erő biztosítja, ha ez nem elég nagy (pl. jégen), akkor kicsúszik.

# Rezgőmozgás, lengőmozgás

A rezgőmozgás időben ismétlődő, periodikus mozgás. A rezgő test áthalad azon a helyen, ahol egyensúlyban volt a kitérés előtt, és két szélső helyzet között periodikus mozgást végez. Egy teljes periódust teljes rezgésnek nevezünk.

**Példák rezgőmozgásra:** dugattyú a motorban, ugródeszka vége, lengéscsillapító, varrógép-tű, jojó, földrengés, trambulin, bungee jumping gumikötele, dobhártya, egyes hangszerek rezgő részei (pl. a gitárhúrnak vagy cintányérnak vagy dob tetejének minden pontja)



## A rezgőmozgás jellemző adatai:

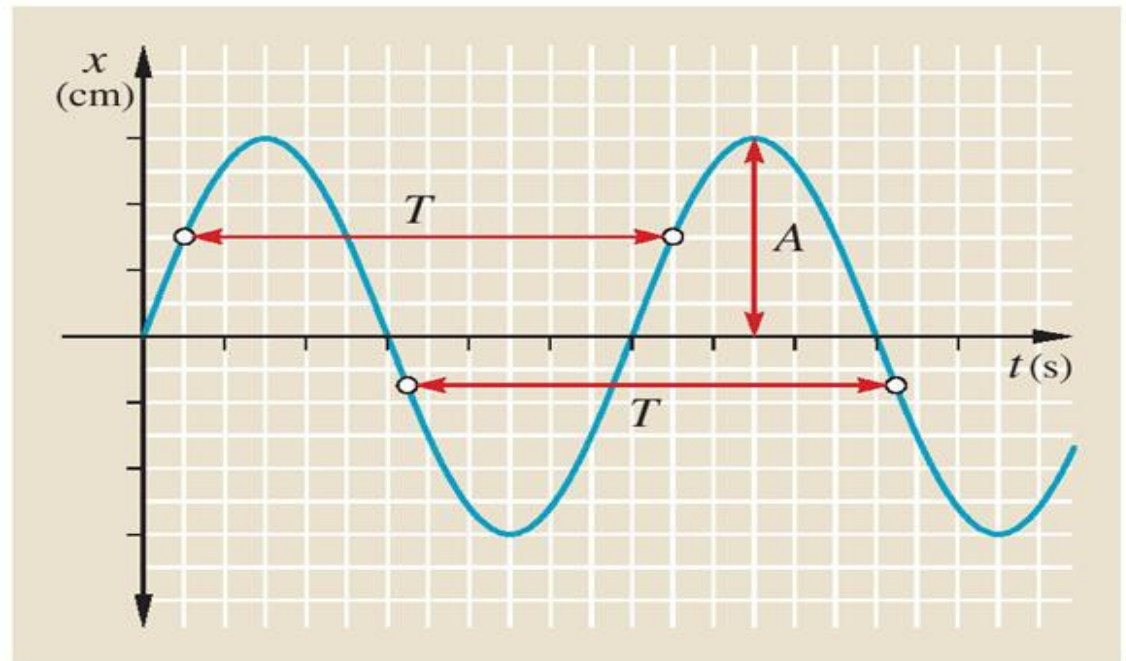
- Az egyensúlyi helyzettől mért pillanatnyi (előjeles) távolságot **kitérés**nek nevezzük. Jele: **x** vagy **y** , mértékegysége: méter (m)
- A legnagyobb kitérést **amplitúdó**nak nevezzük.  
Jele: **A** , mértékegysége: méter (m)
- Egy teljes rezgés idejét **rezgésidőnek (periódusidőnek)** nevezzük.  
Jele: **T** , mértékegysége: secundum (s)
- Egy másodperc alatt megtett rezgések számát **frekvenciának** vagy **rezgésszám**nak nevezzük. Jele: **f** , mértékegysége: 1/s

$$f = \frac{1}{T}$$

- **körfrekvencia:**

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

A harmonikus  
(egyenletes, nem csökkenő)  
rezgőmozgás  
kitérés – idő függvénye  
szinuszgörbe.



A harmonikus rezgőmozgás kitérés–idő grafikonja  
szinuszgörbe

- *A rezgőmozgás kitérés – idő függvénye:*

$$\mathbf{x = A \cdot \sin(\omega \cdot t)}$$

Maximális kitérés: A (a rezgés szélső helyzetében)

- *A rezgőmozgás sebesség – idő függvénye:*

$$\mathbf{v = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad \text{Maximális sebesség: } v_{max} = A \cdot \omega}$$

A rezgés sebessége a szélső helyzetekben 0, az egyensúlyi helyzetben való áthaladáskor (középen) a maximális.

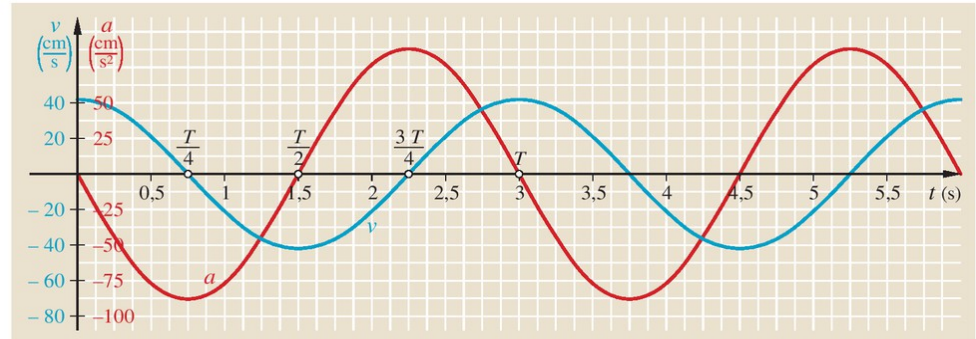
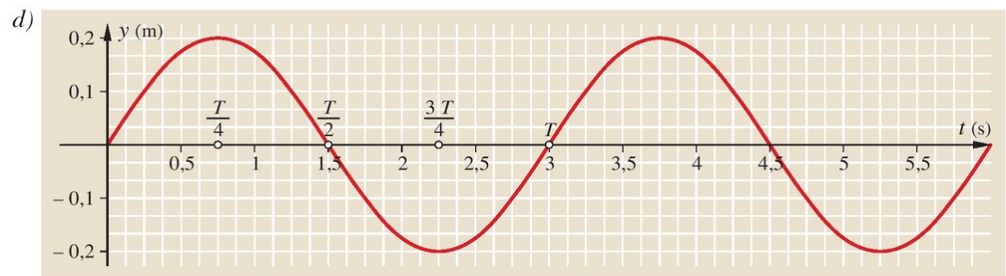
- *A rezgőmozgás gyorsulás – idő függvénye:*

$$\mathbf{a = - A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad \text{Maximális gyorsulás: } a_{max} = - A \cdot \omega^2}$$

*A – előjel azért van, mert a gyorsulásvektor ellentétes irányú a kitéréssel.*

*A harmonikus rezgőmozgást létrehozó erő nagysága egyenesen arányos a kitéréssel és iránya ellentétes azzal. Ez a harmonikus rezgőmozgás dinamikai feltétele.*

$$\mathbf{Képletben: F = m \cdot a = - m \cdot \omega^2 \cdot x}$$





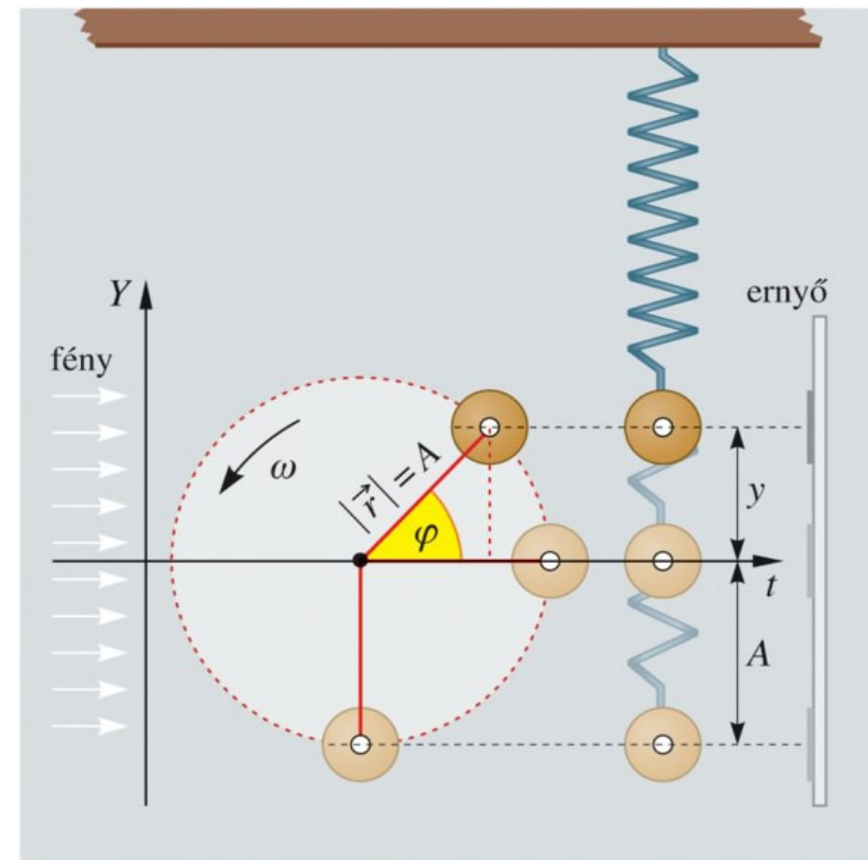
A rezgőmozgás **sebessége** a szélső helyzetekben 0, az egyensúlyi helyzeten való áthaladáskor a maximális,  $v_{\max}$ .

A maximális sebesség kiszámítása:  $v_{\max} = A \cdot \omega$

- A harmonikus (egyenletes és nem csökkenő) rezgőmozgás az egyenletes körmozgás vetülete.

Ezért a képletei, jellemzői hasonlóak, vagy azonosak:

**körmozgásban:** **rezgőmozgásban:**  
periódusidő (T) – rezgésidő (T)  
fordulatszám (f) – rezgésszám (f)  
sugár (r) – amplitúdó (A)  
szögsebesség – körfrekvencia ( $\omega$ )  
centripetális  
gyorsulás ( $a_{cp}$ ) – gyorsulás (a)



# A rezgőmozgás mechanikai energiája

## Mozgási energia

Mivel van sebessége, van mozgási energiája, ami ott a legnagyobb a mozgása során, ahol a sebessége, vagyis középen, és a szélső helyzetekben 0.

## Rugalmas energia

Ha munkavégzéssel megfeszítünk egy rugót, energiája lesz, elengedve munkát képes végezni, ez a rugalmas energia. Ott a legnagyobb, ahol a rugó a legjobban kifeszül, vagy összenyomódik, tehát a szélső helyzetekben, az egyensúlyi helyzeten való áthaladáskor pedig 0.

## Helyzeti energia

Ha a rezgő rendszer, rugó függőlegesen mozog, akkor változik a rendszer helyzeti energiája (ami a magasságtól függ ( $h$ )).

A rezgőmozgást végző rendszer mechanikai energiája; a mozgási energia, a rugalmas energia és a helyzeti energia összege állandó. (Az energia megmaradás törvénye érvényes a rezgőmozgásra is.)

$$E_{\text{összes}} = E_{\text{mozg.}} + E_{\text{rug.}} + E_{\text{hely.}} = \text{állandó}$$

## Saját rezgés, szabad rezgés

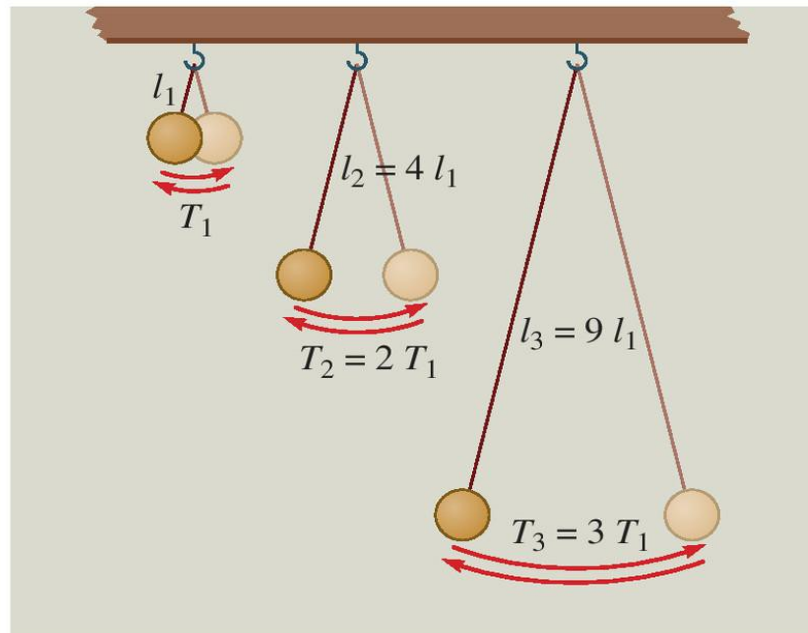
Ha egy rezgésre képes rendszert egy lökészerű erőhatással hozunk mozgásba és magára hagyjuk, akkor a rendszerre jellemző rezgésidővel **szabad rezgést**, más néven saját rezgést végez. **Rezgésideje és frekvenciája nem függ a kitérésétől csak a rugó erősségétől, rugalmasságától (rugóállandótól, D) és a rezgő test tömegétől (m).**

**Periódusideje:**  
Képletben:  $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}$

## Inga

Az inga, ha kilendítjük szintén szabad lengést végez. **Lengésideje nem függ a kitérésétől, és a lengő test tömegétől sem. Csak az inga hosszától (l) és a gravitációs erőtől, gravitációs gyorsulástól (g) függ.**

**Periódusideje:**  
Képletben:  $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$



Ha  $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 4 : 9$ , akkor  $T_1 : T_2 : T_3 = 1 : 2 : 3$

- Ha az inga hosszabb, a lengésidő is hosszabb lesz.
- Ha a lengő testre ható gravitációs erő kisebb (pl. a Holdon), akkor a lengés ideje hosszabb lesz.

Mivel a lengőmozgás lengésidője a Föld gravitációs terében csak az inga hosszától függ, időmérésre lehet használni. (Ingaóra)

Az inga szélső helyzetében a **mozgási energiája** 0, a **helyzeti energiája** maximális, a középső helyzetében a mozgási energiája maximális a helyzeti minimális (vagy 0, ha onnan számoljuk a magasságot).

Miközben az egyik átalakul a másik energiává, a két energia összege a mozgás során állandó (energiamegmaradás).

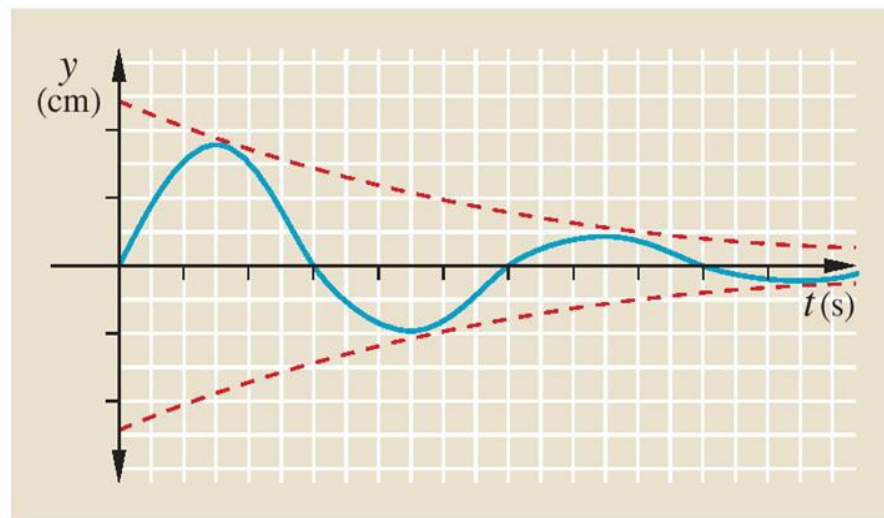
**Példák lengőmozgásra:** hinta, kugli (lengőteke), házbontó lengősúly,

## Csillapodó (csillapított) rezgés, lengés

A rezgésekre, lengésekre ható fékező erők (súrlódás, légellenállás) miatt a rezgő, lengő rendszerek csillapodó rezgést, lengést végeznek. Ekkor a rezgésidejük, lengésidejük ( $T$ ) nem változik csak a legnagyobb kitérésük, az amplitúdójuk ( $A$ ) csökken.

### A kitérés-idő grafikonja:

Ha a csillapodást valamilyen erővel pótolják, vagy a súrlódás, légellenállás elhanyagolható, akkor a rezgés, lengés nem áll le. Ezt **csillapítatlan rezgés**nek nevezik. Ekkor az amplitúdó nem csökken, a rezgés, lengés nem áll le.



## Kényszerrezgés, rezonancia

Amikor a rezgő rendszer egy külső gerjesztő hatásnak megfelelően kénytelen rezegni, **kényszerrezgés**t végez. Ekkor nem a saját rezgésének frekvenciájával rezeg.

Ha a kényszerrezgés frekvenciája közel azonos a saját szabad rezgésének frekvenciájával (sajátfrekvencia), akkor rezgésének amplitúdója nagyon megnő. Ez a **rezonancia** jelensége. Ilyenkor az amplitúdó olyan nagymértékben megnőhet, hogy a rezgő rendszer tönkremegy. Ez a jelenség a **rezonancia-katasztrófa**. Pl. Tacoma-híd leomlása.

## Egyéb példák a gyakorlatban

- **Példák rezgőmozgásra, rugó felhasználására:**
  - Járművek kerekeinek ütődéseit rugók csillapítják. (lengéscsillapító)
  - Hangszerek: gitárhúr, dob felülete, cintányér,...stb rezgőmozgást végeznek, a kiadott hang magassága függ a rezgés frekvenciájától.
  - felhúzó rugós órák
  - dobhártya, hangszál
- **Példák ingamozgásra (lengőmozgásra):**
  - Ingaórák, hinta, házfalbontó lengősúly, lengőteke, harang
- **Példák rezonanciára:**
  - Szellőkések hatására berezonálhatnak az ablaküvegek.
  - Ha az autóban kilazult egy csavar, bizonyos motorfordulatszámnál (frekvenciánál) berezonál a motor, vagy az autó egy alkatrésze.
  - Hidakon nem szabad katonáknak egyszerre lépve menni.

